

*IV. Principia Dynamica, sive Principia Mechanices Metaphysica; Auctore Jacobo Jurin,  
M. D. R. S. S.*

*Presented at a Meeting of  
the Royal Society, March  
13. 1746.*

CUM vir illustris G. G. Leibnitius novam suam sententiam, qua vim corporis in motu constituti quadrato velocitatis metiendam statuit, in *Actis Eruditorum Lipsiensibus*, anno 1686, cum publico communicasset, magnam illico ea res in orbe mathematico controversiam excitavit.

Novam itaque istam doctrinam cum plures certatim aggredierentur, vix autem quisquam amplecteretur e mathematicis celebrioribus, anno 1695. mense Aprili, eandem auctor edito *Specimine Dynamico* confirmare conatus est. Ubi, inter alia multa, hæc habet:

“ Porro ad veram virium aestimationem, & quidem prorsus eandem, diversissimis itineribus perveni : uno quidem a priori, ex simplicissima consideratione spatii, temporis, & actionis (quod alias exponam) altero a posteriori, vim scilicet estimando ab effectu quem producit se consumendo.”

Videbatur autem in animo habere vir clarissimus viam illam a priori, quam se alias *expositurum* hic promittebat, mense *Majo* sequente in publicum edere, cum sub finem *Speciminis* hujus *Dynamici* hæc verba addiderit :

“ Sed nunc fugatis erroribus, veras & sane admirandas naturæ leges paulo distinctius in Schediasmatibus hujus parte secunda proponemus mense *Majo* exhibenda.”

O

Atqui,

Atqui, quod magnopere dolendum, secunda illa pars neque mense *Majo*, neque ullo ex sequentibus aut mensibus aut annis, et si plus quam viginti annos supervixerit *Leibnitius*, aut in *Actis Lipsiensibus*, aut alibi uspiam in publico comparuit.

Sed ne quis forte putet promissum istud idcirco non fuisse præstatum, quod fidei suæ liberandæ non esset magnus ille vir, factum est edito novissime *Commercio Literarum* inter ipsum *Leibnitium*, & alterum illum celeberrimum mathematicum, *Johannem Bernoullium*.

*Bernoullius* nempe, viso eo *Specimine Dynamico*, literis ad *Leibnitium* datis mensc *Junio* sequenti, quædam laudavit, sed virium æstimationem *Leibnitianam* adeo non probavit, ut etiam conaretur demonstrare vires corporum motorum, non quadratis celeritatum, sed ipsis celeritatibus esse proportionales.

Tandem vero re per literas ultro citroque datas diligentius excussa, prorsus in *Leibnitii castra* transivit *Bernoullius*.

Is ergo, tanti discipuli docilitatem remunerari certus, communicat argumentum a priori ductum, quod hactenus apud se presserat, simulque causam docet quare id prius non vulgaverit.

“ Nolui, (a) inquit, illos dignari hac liquida lucc  
“ veritatis, qui argumenta illa, ab affectibus gravium  
“ vel aliorum corporum sensibilium petita, non ut  
“ par est accepere ; unde nec publice extare volui; ut  
“ esset quod illis communicarem, qui sese æquos ju-  
“ dices præbuissent.”

*Bernoullius*

(a) Mense *Januario*, 1696.

*Bernoullius* itaque, cum sese aequum judicem præbuisse, & argumenta illa a posteriori, uti par erat, accepisset, hoc est, descendisset prorsus in sententiam *Leibnitianam*, dignus utique habitus est, qui in interiora illa scientiæ adyta admitteretur.

“ Quoniam, (a) inquit auctor, te in nostris castris  
“ video, lubenter communicabo principium meum a  
“ priori demonstrandæ veræ estimationis virium;  
“ quod mihi in promptu esse aliquoties indicavi, non-  
“ dum tamen haec tenus produxi. Tibi enim commu-  
“ nicare est frugiferæ maxime terræ commendare  
“ granum, ut in magnam plantam surgat.”

Laudo sâne, quod *granum* istum *terræ* tam *frugi-feræ* commendaverit vir optimus, & tamen ejus consilium non omni videtur reprehensione caruisse. Nam et si *Papinos*, *Catelanos*, reliquosque suæ doctrinæ op-pugnatores, apud quos, propter incredulitatem, nihil magni poterat efficere, qui *inconvertibilis quantis- cunque demonstrationibus* viderentur, si illos, inquam, *haec liquida luce veritatis* indignos judicaret, cur tamen illam reliquo orbi literato invideret? Mitto dicere, quod viri boni & humani, & incrementi scientiarum studiosi erat, rem tanti momenti omnibus patefacere. Quod si omnibus aliis rebus posthabitatis, gloriæ tantum suæ consulere libuisset, hoc erat faciendum, quo facto obtrectatores isti aut illico ad silentium redacti, aut ab omnibus fuissent condemnati. Denique cum non sibi solum, nec uni alterive amico, sed omnibus, nati sint magni viri, quæ ista est iniquitas, velle *Johanneum Bernoullium*, & discipulos *Bernoullianos*, ea luce liquida

liquida frui folos, cum interim nos alii homunciones  
æstatem degremus in tenebris plusquam *Cimmeriis*?  
Sed bene habet, quod post quinquaginta annos tene-  
brarum lux illa jam omnibus illucescit.

“ Ecce Argumentum.

“ Actio faciens duplum, tempore simpto, est dupla,  
“ virtualiter actionis facientis idem duplum tempore  
“ duplo; seu percursio duorum milliarium, intra ho-  
“ ram, est dupla (virtualiter) percursionis duorum  
“ milliarium, intra duas horas.

“ 2°. Actio faciens duplum, tempore duplo, est  
“ dupla, formaliter, actionis facientis simplum tem-  
“ pore simpto; seu percursio duorum milliarium,  
“ intra duas horas, est dupla (formaliter) percursionis  
“ unius milliaris, intra unam horam.

“ 3°. Ergo actio faciens duplum tempore simpto  
“ est quadrupla actionis facientis simplum tempore  
“ simpto; seu percursio duorum milliarium, intra  
“ unam horam, est quadrupla percursionis unius mil-  
“ liaris, intra unam horam.

“ 4°. Si pro duplo substituissimus triplum, qua-  
“ druplum, quintuplum, &c. prodiisset actio noncu-  
“ pla, sedecupla, 25pla; & generaliter patet actiones  
“ motrices æquabiles, æquitemporaneas, æqualium  
“ mobilium, esse ut quadrata celeritatum; vel, quod  
“ idem est, in eodem, vel æquali corpore, vires esse  
“ in duplicata ratione celeritatum. Q. E. D.”

Perlesto hoc argumento, & ob magnam auctoris  
famam attentissime considerato, ego, ut verum fatear,  
ne scintillam quidem veritatis, aut etiam sensus com-  
munis, ibi potui animadvertere. Suspiceret sane id  
oculorum meorum vitio fieri, qui forte in nimia luce  
cæcutirent,

cæcūtirent, nisi animos addidisset ipsius Bernoullii dubitatio.

Vir ille acutissimus *liquidæ* isti *veritatis luci* adeo non acquievit, ut in literis suis responsoriis non solum objectionem moverit, sed etiam demonstrationem, & quidem duplē, in contrarium produxerit.

“ Non video, (a) inquit, quid ab adversario in “ contrarium dici possit; nisi forte quod actio virtua- “ lis confundi videatur cum actione formalis; negando “ scilicet consequi *A* esse quadruplum ipsius *C*, ex “ eo quod *A* sit dupla ipsius *B*, virtualiter, & *B* dupla “ ipsius *C*, formaliter.”

Hac proposita objectione, subjungit deinde suas demonstrationes.

“ 1°. Actio faciens duplum tempore simplo est “ dupla virtualiter actionis facientis idem duplum “ tempore duplo.”

“ 2°. Actio faciens duplum tempore duplo est “ simpla virtualiter actionis facientis simplum tem- “ pore simplo.

“ 3°. Ergo actio faciens duplum tempore simplo, “ est dupla actionis facientis simplum tempore sim- “ plo. Vel scilicet,

“ 1°. Actio faciens duplum tempore simplo est “ simpla formaliter actionis facientis idem duplum “ tempore duplo.

“ 2°. Actio faciens duplum tempore duplo, est “ dupla formaliter actionis facientis simplum tempore “ simplo.

“ 3°.

“ 3°. Ergo actio faciens duplum tempore simpto,  
“ est dupla actionis facientis sumpium tempore simpto.

“ Vides duo argumenta, quæ idem plane conclu-  
“ dent, sed tuæ conclusioni omnino contrarium, & vul-  
“ gari illo nituntur axiomate, quæ eidem sunt æqualia  
“ sunt inter se æqualia; quod quidem tantummodo  
“ locum habet in quantitatibus homogeneis, ut hic  
“ comparando actionem virtualem cum virtuali, &  
“ formalem cum formalis, non autem illam cum hac.”

Hæc *Bernoullius* acumine non minori, quam mo-  
destia. *Leibnitius* vero literis mense *Martio* datis, primo  
loco objectionem *Bernoullianam* diluere conatur.

“ Satis non video, inquit, quid tibi velis, cum  
“ dicis actionem virtualem confundi cum formalis.  
“ Non enim actio mihi hic est virtualis vel formalis;  
“ sed una actio alterius est dupla, vel virtualitet, vel for-  
“ maliter. Nimirum virtualiter, cum dupla est æstima-  
“ tione, etsi non sit dupla mole, vel congiuentia, ut du-  
“ catus est duplus thaleri: Formaliter vero, ut thalerus  
“ duplum est semithaleri. Et sciendum est quod  
“ duplum est formaliter, id etiam virtute seu æstima-  
“ tione esse duplum. Ideo cum non nisi de virtute,  
“ seu æstimatione, hic queratur, nulla est confuso-  
“ diversi generis quantitatum vel æstimationum;  
“ nempe virtualiter duplum intelligo quod tale est  
“ virtualiter solum; sed formaliter duplum voco,  
“ quod simul & formaliter & virtualiter duplum est.”

Non diffitendum sane quod suo jure utitur *Leib-  
nitius*, tribuendo cum quem velit sensum vocibus a  
se usurpati, quodque hoc pæcto plane diluit objec-  
tionem *Bernoullianam*. Id unum vellem clare ex-  
posuisse, vel ultiro, vel postulante *Bernoullio*, qua  
virtute, vel qua æstimatione, actio faciens duplum

tempore simplo sit dupla actionis facientis idem duplex tempore duplo. Id enim, nisi me admodum fallit, inter falsissima reponendum est.

Pergit vir cl. “ Poteram vocabulis (tantum har-  
“ moniae cuiusdam causa adjectis) abstinere ; ut enim  
“ quia ducatus duplus est thaleri, & thalerus semi-  
“ thaleri, concluso ducatum semithaleri quadruplum  
“ esse ; ita quia percurso 2 milliarum, una hora,  
“ dupla est percursionis 2 milliarium, 2 horis, & per-  
“ cursio 2 milliarum, 2 horis, dupla est percursionis  
“ unius milliaris, una hora ; sequetur percursionem  
“ 2 milliarum una hora esse quadruplum percursio-  
“ nis unius milliaris, una hora.”

Sublatis jam turbatricibus istis vocibus, *virtualiter*,  
& *formaliter*, quæ limpidum hunc veritatis fontem  
hactenus coinquinaverant, non modo sustulit *Leib-  
nitius* objectionem a *Bernoullio* propositum, sed cum  
penitus ad suas partes pertraxit. “ Tua responsio (inquit  
“ ille in proximis literis) mihi nunc plane satisfacit ;  
“ video enim, quid duo isti termini tibi significant :  
“ cæterum argumentatio tua mihi videtur elegantil-  
“ sima, & publico non amplius invidenda ; multum  
“ enim ponderis tribuet argumentis a posteriori.”.

Hæc *Bernoullius* in literis mense *Aprilis* datis, &  
ego quidem eidem argumento pariter acquiescerem, si quis mihi monstraret æque clarum esse percursionem  
2 milliarum, una hora, duplam esse percursionis 2  
milliarium 2 horis, atque clarem est ducatum esse  
duplum thaleri. Video enim duplo velocitatem esse  
percursionem 2 milliarum, una hora, percusione 2  
milliarum, 2 horis : duplam esse non video, sed æqua-  
lem, cum idem spatium utraque percusione con-  
ficiatur.

Sed forte rem ulterius urgere noluit idcirco *Bernoullius*, quod solito commotiorem sese ostendisset *Leibnitus*. “ Ego, (a) inquit ille, nihil magni “ promittere ausim; sperabam tamen reus non fieri “ paralogismi apertissimi, in argumentatione, non “ obiter elapsa, sed a compluribus annis considerata, “ quam tamen alicujus momenti venditaram.” Cujus tamen *apertissimi paralogismi Leibnitium* apertissime reum esse, nos, ni animus multum fallit, infra ostendemus.

Demonstrationis utriusque *Bernoullii* examinationi *Leibnitianæ* non opus est immorari, quod pendeat utraque demonstratio ex sensu vocum, *virtualiter*, & *formaliter*, secus accepto quam vellet *Leibnitus*. “ Eos, (b) inquit *Bernoullius*, sumebam terminos alio “ sensu quam eo quo nunc eos explicas.”

*Leibnitus* vero, incertus adhuc quid ponderis habitura esset apud *Bernoullium* prima sua demonstratio, alteram eidem subjungit. “ Aliam, (c) inquit, addo, “ quæ, si fundum rei spectes, redit in priorem, habet “ tamen suum proprium pondus. Actiones motrices “ (æquabiles intelligo) ejusdem mobilis sunt in ratione “ composita effectuum immediatorum, nempe longi- “ tudinum percursarum, & velocitatum. Porro lon- “ gitudines (æquabiliter percursæ) sunt in ratione com- “ posita temporum & velocitatum. Ergo actiones “ motrices sunt in ratione composita ex simplice “ temporum & duplicata velocitatum; ideoque iisdem “ temporibus, vel temporum elementis, actiones mo- “ trices ejusdem mobilis sunt in ratione duplicata “ velocitatum, vel, si diversa sint mobilia, in ratione “ composita

“ composita ex simplice mobilium & duplicata velocitatum.”

*Bernoullius* in literis mense *Aprilis* ad *Leibnitium* datis, cum sese priori demonstrationi acquiescere dixisset, de posteriore autem ne verbum quidem faceret, quæsivit ex eo *Leibnitius* mense *Majo*, “ quid illi videretur de altera ejusdem propositionis demonstratione. Quæ (inquit) paulo magis est ad formam receptam, et si ambæ conveniant in radice.”

*Bernoullius* itaque, cum jam effugere non posset, quin mentem suam aperiret, in literis mense *Junio* datis hæc habet.

“ Altera tua demonstratio propositionis de ratione actionum motricum, quam in prioribus allegasti, ingeniose pariter ac prior, &c, ut dicis, magis ad formam excogitata mihi videtur, quamvis in fundo rei ambæ coincident. Nihil etiam enim mihi certius est, quam quod actiones motrices debeant mensurati per effectus suos immediatos; si itaque longitudines percursæ, & velocitates (nisi quis obstinate vellet velocitatem potius esse causam) sint effectus actionis immediati, & quidem soli, quorum unum ab altero non dependet, vel in altero non includitur, erunt actiones motrices necessario in ratione composita longitudinum & velocitatum; adeoque temporibus æqualibus in duplicata velocitatum.”

Patet *Bernoullium* hoc responso demonstrationem illam alteram *Leibnitianam* specie quidem probare, reipsa, quamvis cum summa cautione & modestia, damnare. Nec enim solum subinnuit velocitatem esse causam potius, quam effectum actionis, sed assensum suum ea conditione astringit, ut effectuum

a *Leibnitio* positorum, nempe longitudinis percursæ & velocitatis, unus ab altero non dependeat, vel in altero non includatur. Cum igitur sit evidentissimum, pendere longitudinem percursam a velocitate, & in illa includi, patet istam demonstrationem vitiosam esse judice *Bernoullio*.

*Leibnitius* proximis literis mense *Junio* datis, cum ad alia plura copiose & distincte responderet, ad tacitas hasce objectiones *Bernoullianas*, dissimulata earum vi, quasi aliud agens, hoc unum reposuit.

“ Cæterum, ut actionem nunc, composita ratione  
 “ suorum principiorum, potentiae & temporis, æstimo;  
 “ ita cam paulo ante æstimaveram composita ratione  
 “ corum quæ præstat; effectus scilicet extensivi seu  
 “ materialis, nempe longitudinis (quem *κατ' έξοχην*  
 “ effectum vocare soleo) & effectus intensivi seu for-  
 “ malis. Desideratum enim est, ut præstetur multum  
 “ & cito. Ambæ autem æstimationes consentiunt  
 “ inter se, ut vides.”

Per obscuritatem hujus responsi, sive affectatam, sive *Leibnitio* naturalem, facile cernitur eum velle ut velocitas pro effectu actionis habeatur, quam *Bernoullius* pro causa potius habendam subinnuerat, non audere tamen eam diserte nominare, licet eam intelligat sub nomine effectus insensivi seu formalis, quem *præstet* actio. Porro de altera objectione *Bernoulliana*, nimirum, quod etiamsi velocitas vel maxime sit effectus actionis, pariter atque longitudine percursa, tamen cum alter horum effectuum ab altero dependeat, vel in altero includatur, et certe pendet longitudine percursa a velocitate, actio mensurari non debeat per effectus istos, de hac, inquam, altum hic silentium.

Actum itaque videtur de altera illa demonstratione, *Leibnitio* ipso judice, pariter atque *Bernoullio*; & sane  
 in

in sequentibus eorum literis ne minimam quidem ejus mentionem factam reperio.

Porro, prior illa demonstratio, quæ eodem recidit cum posteriori, vera scilicet cum falsa, non videtur omni scrupulo caruisse, neque apud *Bernoullium*, neque apud ipsum *Leibnitium*.

*Bernoullius* enim, et si mense *Aprili* professus sit eam sibi plane satisfacere, eique acquieverit, elegan-  
tissimam vocaverit, & publico non amplius invidendam,  
tamen *Augusto* mense nescivit quid sibi vellet *Leib-  
nitius* per vocem *actionis*, ex qua pendet tota illa  
demonstratio. “ Oportet, inquit, ut definias quid  
“ per actionem intelligas; alias nihil unquam de-  
“ monstrari poterit.” Æquum sane monebat, frusta-  
tamen; nam in literis *Leibnitii* responsoriis, utut satis  
prolixis, ne  $\gamma\rho\mu$  quidem videoas de illa definitione tan-  
topere necessaria.

*Leibnitius* autem ipse, in literis mense *Junio* datis,  
hæc habet: “ Mea demonstratio a priori, pro nostra  
“ virium æstimatione, nititur utique aliqua suppositione.  
“ Nempe, *Actionem* quæ facit aliquid uniformiter,  
“ tempore simplo, esse duplam *actionis* facientis idem  
“ uniformiter, tempore duplo. Hanc suppositionem  
“ concedere debent *Catelanus*, & alii, cum quibus dis-  
“ putaveram.” Quid si nolint? Corruit ergo demon-  
stratio, quæ nititur hac suppositione, saltem nisi sup-  
positionem istam prius demonstres.

At “ Nondum quidem inveni modum a priori hanc  
“ propositionem demonstrandi per viam congruentiæ;  
“ imo, ne hanc quidem, quod *actio idem faciens*,  
“ *breviori tempore, sit major*; a quo esset incipien-  
“ dum.”

Itaque cum tantopere deprædicata illa demonstratio a priori indigeret alia demonstratione, quam nondum invenerat *Leibnitius*, nec unquam postea invenit, nec inventurus est quisquam mortalium, minime mirandum granum istud, utut *frugiferæ maxime terræ commendatum, in plantam non surrexisse.* *Bernoullius* quippe *liquidæ* isti *veritatis luci*, cum cerneret dilapsam in cineres facem, longum vale dixit.

At illo longe animosior vir celeberrimus, *Chr. Wolfius*, theoriam virium a priori, geometrarum more, pertractare aggressus, eam, in primo tomo *Commentariorum Academiae Imperialis Petropolitanae*, cum publico communicavit, sub titulo *Principiorum Dynamicorum*. Hujus partem “*cum anno 1710. cum Illustri Comite ab Herberstein, Illustri Leibnitio, atque aliis communicasset, eam Leibnitius in suam cum viris celeberrimis Johanne Bernoullio atque Jacobo Hermanno aliisque communicatam, recidere scripsit anno 1711. datis literis dicto fidem his verbis faciens*: Calculum virium purarum seu actionum talem instituo. Sit spatium *s*, tempus *t*, velocitas *v*, corpus *c*, effectus *e*, potentia *p*, actio *a*. In motu æquali erit *tv* ut *s*, *e* ut *cs*, *tp* ut *a*. Atque hæc quidem sine demonstratione assumi possunt. Accedit, quod demonstrandum, *ev* ut *a*. Hinc porro plurima theorematata demonstrari possunt, *e.g.* *p* ut *cv*<sup>2</sup>. Nam *tp* ut *ev*: sed *e* ut *cs*, & *s* ut *tv*. Ergo fit *tp* ut *ctv*<sup>2</sup>, seu *p* ut *cv*<sup>2</sup>. Atque in his continentur pars meorum Dynamicorum, abstracta maxime a rebus sensibilibus, et si deinde per experimenta verificetur.” “Nullus itaque dubito (inquit *Cl. Wolfius*) me hic principia Dynamicæ menti *Leibnitii* conformia proposuisse.”

Atque

Atque hoc quidem per se clarum est, cum theorematum *Wolfiana* cum notulis algebraicis *Leibnitii* adamassim convenient; utrum vero veritati, pariter atque menti *Leibnitii*, conformia sunt ea principia, operae pretium est examinare. Cæterum istud præcipue dignum notatu in hisce notulis reperio, *a ut ev, quod demonstrandum*: unde videtur *Leibnitius*, ne tum quidem, post 16 annos elapsos, invenisse demonstrationem suppositionis olim *Bernoullio* venditatæ; nempe, quod actio faciens aliquid, tempore simple, dupla est actionis facientis idem tempore duplo, cum actio faciens aliquid tempore simple duplo velocius id faciat, quam actio idem faciens tempore duplo. Quomodo autem illud demonstraret *Wolfius*, mox examinabimus.

Nos enim, cum illustrissima academia scientiarum imperialis *Petropolitana* tres priores suorum commentariorum tomos dono mittere dignata esset, & simul significandum curâsse non ingratum sibi fore, si aliquid subinde ex cogitationis nostris, commentariis inserendum communicare vellemus, jam uno scripto missò, quod ad nostram tuborum capillarium actionis theoriam pertinebat, coque benigne ab illustrissima academia excepto, & in commentariis publicato, brevi post tempore aliud eidem obtulimus sub titulo *Principiorum Dynamicorum*.

Quod enim videbam celeberrimum *Wolfium* eam clare, & distincte, & in morem geometricum explicata proponere, quæ ab ipso *Leibnitio* minus perspicue erant tradita, quam ut facile cerneretur, quid veri inesset, aut falsi; & tamen in summa rerum alteri cum altero adamassim convenire; occasionem arripere visum est istius theorię ad examen accuratum revocandæ.

Hunc in finem ea omnia, quæ putabam recte tradidisse *Wolfium*, ad verbum exscipta, *Principiis* meis *Dynamicis* inserui; quæ decurrant, supplevi; quæ falsa videbantur, correxi, atque id sc̄r̄ptum 12 abhinc annis, ea qua par erat observantia imperiali academiae obtuli.

Lectum id scriptum in publico conventu, coque nomine grates agi mihi iussisse academiam, ex literis clarissimi *Mulleri*, tunc temporis *Petropoli* abiturientis ad expeditionem *Kamkatschianam*, intellexi.

Postea vero, cum per tot annos nullam illius scripti mentionem fieri viderem in commentariis, tandem anno superiore per amicum, quid eo factum esset, quæsivi. Is mihi primo respondit nullum ejusmodi scriptum ad academiam pervenisse. Rescripsi, rite fuisse traditum, lectumque in publico conventu, mense *Junio* anni 1733, gratesque eo nomine mihi actas. Tum demum inspecto protocollo academico, id verum esse repertum est, scriptum vero ipsum nullibi comparuit, nec sciebat quisquam quo casu intercidisset. Potestatem vero mihi fecit illustrissima academia, novum, si vellem, exemplar *Petropolin* mittendi, commentariis inscrendum; vel, si id mallem, in actis nostris philosophicis publicandi.

Excusis itaque meis scriniis, exemplar perfectum istius scripti nullibi reperiebam, sive quod aliquo casu intercidisset in domicilio bis mutando, sive quod unum istud confectum esset quod miseram *Petropolin*. Imperfectum vero exemplar reperi, quod, ut potui, supplevi, jamque meliori, spero, fato, Societati Regiae *Londinensi* dono, dedicoque.

## PRINCIPIA DYNAMICA.

**A**ccidere non raro cernitur inter litigantes, ut res a principio satis facilis & expedita, malitia tamen patronorum per omnes legum ambages & laqueos altercantium, in difficillimam tandem & pene inextricabilem abeat controversiam. Tunc autem, si quis jurisconsultus viam aliquam brevem & claram ostenderit, qua res ad exitum perduci queat, videtur is mihi de utraque parte non pessime mereri, sive justiorem, sive etiam sequiorem causam tueri, eidem contigerit.

Talem judico sese præstítisse celeberrimum *Christianum Wolfium* in illa controversia de vi motrice, quæ jam a multis annis orbem eruditum occupavit. Is enim, si ipse verum non sit assécutus, rationem certe monstravit, qua alii ad verum & tuto & facile pervenire possint.

Hujus itaque, & illustrissimi *Leibnitii*, quem is seducem sequi profitetur, vestigiis insistens *Principia Dynamica*, ut ipsorum verbo utar, quam fieri potest perspicue, exponere conabor.

Quem in finem non nisi casum simplicissimum considerare decrevi, corporis vi viva prædicti, quod movetur motu uniformi, *b. e.* sine omni impedimento sive medii resistentis, sive corporum quorumcunque oppositorum, plane secundum positiones *Wolfianas*. De quo clarissimo viro si me tum definitiones & axiomata, tum ipsas propositiones sequentes, præter unam aut alteram, & earum demonstrationes, ne verbo quidem mutato, sumplisse mutuo animadvertat lector ingenuus, sciat ille velim me id consulto fecisse, quod eas neque clarius enuntiari posse existimem, neque certius demonstrari.

*Definitio*

*Definitio 1.*

“ *Vim vivam* cum *Leibnitio*, vel etiam simpliciter *vim* appello, quæ motui locali adhæret.

*Definitio 2.*

“ *Vis pura* est, cui in agendo contraria nulla resistit.”

*Corollarium.*

“ Vis igitur pura toto actionis tempore invariata manet.”

*Scholion.*

“ Isteiusmodi vis in motu æquabili sese exerit, si concipiatur fieri in medio non resistente. Quanto cunque enim intervallo mobile promoveatur, eadem tamen semper subsistit celeritas, consequenter vis motrix eadem. Effectus adeo, quem producit, eam minime absorbet.”

*Definitio 3.*

“ *Actio pura* dicitur, quæ exercetur vi motrice pura.”

*Scholion.*

“ Talis est actio mobilis motu æquabili lati in medio non resistente.”

*Definitio 4.*

“ *Actio uniformis* est, quæ duplo tempore dupla, triplo tripla, & ita porro, seu in genere, quæ est ut tempus.”

*Scholion.*

“ Isteiusmodi actio in motu æquabili locum habet, ubi mobile continuo eadem celeritate moveri pergit, si nempe motus fieri concipitur in medio non resistente.”

*Definitio*

*“Effectus vis motricis extra conflictum est translatio  
mobilis per spatium.”*

*Axioma 1.*

“ Si duo, vel plura mobilia æqualia æquali celeritate moveantur, vis eorundem eadem est.”

*Axioma 2.*

“ Eadem vi eodem tempore eadem absolvitur actio.”

*Scholion.*

“ Eadem vi longiori tempore majorem absolvit actionem quam breviori, & contra eodem tempore vi majore actionem majorem absolvit quam minori,  
“ nemo dubitat. Quantitas adeo actionis pendet a quantitate virium & temporis. Quamobrem, si vires fuerint æquales, & tempus idem, actio quoque eadem esse debet.”

*Axioma 3.*

“ Si idem mobile per idem spatium transfertur, effectus idem est.”

*Scholion.*

“ Supponimus nempe motum fieri in medio non resistente, aut saltē abstrahimus ab actione, quæ impenditur in superandam resistentiam medii: id quod licet, quamdiu temporis nulla habetur ratio, quo effectus producitur.”

*Theorema 1.*

“ Si corpora inæqualia eadem celeritate moventur, vires sunt ut massæ.”

Demonstrationes hujus, & sequentium octo theorematum, circa quæ nulla nobis cum *Leibnitianis* est controversia,

versia, in scripto *Petropolin* misso posueramus verbis *Wolfianis*: hic autem ad evitandam prolixitatem, omitendas censuimus.

*Theorema 2.*

“ Actiones uniformes codem tempore absolutæ  
“ sunt inter se ut vires.”

*Theorema 3.*

“ Actiones uniformes, viribus æqualibus absolutæ,  
“ sunt inter se, ut tempora quibus absolvuntur.”

*Theorema 4.*

“ Actiones uniformes sunt in ratione composita  
“ temporum & virium.”

*Theorema 5.*

“ Vires inæquales eandem actionem absolvunt tem-  
“ poribus sibi reciproce proportionalibus.”

*Theorema 6.*

“ Si duo mobilia æqualia per spatia inæqualia trans-  
“ feruntur, effectus sunt ut spatia.”

*Theorema 7.*

“ Si duo quæcunque mobilia per idem spatum  
“ transferuntur, effectus sunt inter se ut massæ eo-  
“ fundem.”

*Theorema 8.*

“ Si duo quæcunque mobilia per spatia quæcunque  
“ transferuntur, effectus sunt in ratione composita  
“ massarum atque spatiorum.”

*Theorema*

*Theorema 9.*

“ In motu æquabili, effectus sunt in ratione com-  
“ posita massarum, celeritatum atque temporum.”

*Theorema 10.*

“ Actiones, quibus idem effectus producitur, sunt  
“ ut celeritates.”

Pervenimus jam ad illud theoremata, in quo totius rei cardo vertitur. Si hoc verum est, amplectenda est doctrina *Leibnitiana*; si minus, repudianda. Itaque diligenter examinanda est hujus theorematis demonstratio.

Ea dividitur a *Wolfi* in tres casus; sed cum secundus & tertius a primo pendeat, nos hunc unum considerabimus.

*Demonstratio Casus primi.*

“ Si mobilia fuerint æqualia, & effectus idem di-  
“ verso tempore producatur, celeritates erunt ut tem-  
“ pora reciproce, quibus is producitur; hoc est, cor-  
“ pus, quod tempore  $\frac{1}{2} T$  effectum producit, movetur  
“ celeritate  $2 C$ , cum alterum, quod effectum tempore  
“  $T$  producit, moveatur simplici celeritate  $C$ , atque  
“ ita porro. Jam evidens est, actionem uniformem  
“ esse duplam, quæ dimidio tempore effectum pro-  
“ ducit, triplam, quæ subtriplo, & ita porro, &c.”

Ai'n vero, *Wolfi*, evidens esse istud? — Quid si negem? Quid si dicam actionem, quæ eundem effectum producit, eandem esse, quounque tempore eum producat? Hæc est ea ipsa suppositio *Leibnitiana*, cuius in literis ad *Bernoullium* datis anno 1695, se nondum ait invenisse modum demonstrandi a priori; quod in literis ad teipsum datis anno 1711 adhuc demonstrandum ait. Id tamen tu non conaris

demonstrare, sed evidens esse ais. Nego evidens esse,  
& corruit tua demonstratio, corruit simul ipsa propositio.

Huic autem antequam novam substituamus, dispi-ciendum est paulisper quid per actionem intelligatur, quid per effectum.

Actionis definitionem cl. *Wolfius*, *Leibnitii* exemplo, quod minime factum vellem, omisit. Docuit solum qualis sit actio *pura*, scilicet quæ omni impedimentoo carcat; & qualis actio *uniformis*, nempe quæ crescat in ratione temporis: quid per actionem ipsam intelligeret, nullibi definit. Hoc autem nisi fiat, *nihil unquam demonstrari poterit*, quod olim *Leibnitium*, sed incas-sum, commonefecerat *Bernoullius*.

Hunc defectum si ego supplere ausim, quam *Wolfius* definitionem effectus dederit, eandem actioni ipsi tri-buerem; quum nihil intereste videatur inter actionem & effectum, nisi quod actio, si ita loqui liceat, sit effectus in fieri, effectus autem sit actio peracta sive ab-soluta. Scilicet, in exemplo *Wolfiano* id agit vis viva, ut transferat mobile per spatium; ergo actio vis vivæ est translatio mobilis per spatium; effectus etiam vis vivæ est translatio mobilis per spatium; vel, si mavis, effectus est mobile jam translatum per idem spatium.

Generaliter vero, actio est productio effectus; vel, si mavis, actio est qua quid efficitur: effectus autem est id ipsum quod efficitur.

Nolim sane definitiones istas pro perfectis venditare: sed tamen ejusmodi esse censeo, ut omni careant erroris periculo, præsertim si per exempla aliquot rem pla-niorem reddiderim.

Si ego paginam unam descripsero, actio mea erit descriptio unius paginæ, & effectus erit pagina una descripta.

Si operarius parietem dealbet, erit ejus actio dealbatio parietis, effectus autem erit paries dealbatus.

Si rusticus hortum perfodiat, actio ejus est horti perfoſſio, effectus autem est hortus perfoſſus.

Infinita alia exempla ſibi quiske excogitare poterit; & ſane puderet rebus tam planis, & quaſi frivolis, tamdiu immorari, niſi haec ipſa perperam concepta tot magnos viros in graviflimos errores præcipitâſſent. Scilicet,

*Hæ nugæ ſeria ducunt  
In mala.*

*Theorema 10 nostrum.*

Actionum æqualium æquales ſunt Effectus.

Absolvat vis viva quævis *A* actionem quancunque, & data fit alia quæcunque vis viva *B*. Jam, ut absolvet vis viva *B* actionem æqualem actioni vis vivæ *A*, neceſſe eſt tantum præcise agat vis viva *B*, quantum egerit vis viva *A*. Ergo post absolutam actionem ipsius *B*, tantum erit actum vi *B*, quantum actum fuerit vi *A*; h. e. effectus vis vivæ *B* par erit effectui vis vivæ *A*, quarum actiones fuerint æquales. *Q. E. D.*

*Theorema 11 nostrum.*

Actiones ſunt in ratione effectuum.

*Demonstratio.*

Producatur actione *a* effectus *e*. Ergo alia æquali actione *a*, per *Theor. 10*, producetur alijs effectus *e*, priori æqualis: conſequenter, actione bis *a* produce-

tur

effectus bis  $e$ . Similiter patet actione ter  $a$  produci debere effectum ter  $e$ , &c. Immo in genere, actione na ( $=A$ ) produci debere effectum ne ( $=E$ ). Est igitur  $A:a :: E:e$ , hoc est, actiones sunt in ratione effectuum.

*Theorema 12 nostrum.*

Vires sunt in ratione composita massarum & celeritatum.

*Demonstratio.*

Per *Theorema 4.* actiones sunt in ratione composita temporum & virium. Per *Theorema 11*, eadem sunt in ratione effectuum. Ergo effectus sunt in ratione composita temporum & virium. At per *Theorema 8*, effectus sunt in ratione composita massarum atque spatiorum. Ergo ratio composita temporum et virium par est rationi compositae massarum atque spatiorum. Unde vires sunt in ratione composita massarum et spatiorum directe, et temporum reciproce; h. e. in ratione composita massarum et celeritatum.

*Q. E. D.*

V. *An Account of Two extraordinary Deers Horns, found under-ground in different Parts of Yorkshire; in a Letter from Mr. Tho. Knowlton, to Mr. Mark Catesby, F. R. S.*

*Read March 13.* <sup>\*745-6.</sup> **T**H E Head and Horns, which is represented in TAB. I. Fig. 2. were found in a Sand-bed, in the River *Rye*, which runs into the *Derwent*,